



Zadania na XV Podkarpacki Konkurs Matematyczny im. Franciszka Lejki

Poziom I

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Etap powiatowy

28 lutego 2015 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Kuba i Jacek zobaczyli w sklepie grę komputerową. Cena tej gry była liczbą pierwszą, najmniejszą z możliwych i taką, że: Kuba nie mógł kupić gry sam, bo zabrakło mu 74 zł, zaś Jackowi do samodzielnego kupienia gry zabrakło tylko 11 zł. Kiedy chłopcy złożyli się razem, to wciąż brakowało im pieniędzy, by kupić grę. Oblicz, ile złotych miał każdy z chłopców i ile kosztowała gra.

2. Rozwiąż w zbiorze liczb całkowitych nieujemnych równanie:

$$a^5 + a^5 b^5 + b^5 = 2^{10}.$$

3. Dany jest trójkąt prostokątny ABC , o przeciwprostokątnej AB długości p i kącie ostrym 30° . Okrąg o środku w wierzchołku kąta 30° dzieli dany trójkąt na dwie figury o równych polach. Oblicz promień tego okręgu. Wynik przedstaw w najprostszej postaci.

4. W trapezie równoramiennym $ABCD$, nie będącym równoległobokiem, dany jest punkt P jako środek ramienia AD trapezu oraz $|AP| = 2$, zaś $\angle CPB$ ma 90° . Oblicz obwód i długości podstaw AB oraz CD tego trapezu, wiedząc, że przekątna trapezu ma długość $\sqrt{19}$.

5. Wykaż, że liczba k jest naturalna, jeśli:

$$k = \frac{\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}+\sqrt{5}}} \cdot \sqrt{0,(4)} \cdot \frac{1}{((2^{-1}+2^{-1})+2^{-1})^{-1}}.$$

Powodzenia!